

Instruction Manual
for the PASCO scientific
Model ME-8960

자이로스코프



장비 구성

Gyroscope		Precession	Nutation	Counter-rotating Disks
Demonstration Gyroscope	ME-8960	✓	✓	✓
Additional Gyroscope Disk	ME-8961			✓
Rotary Motion Sensor (2)	PS-2120A		✓	
Rotary Motion Sensor/Gyroscope Mounting Bracket	ME-8963		✓	
"A"-base Rotational Adapter	CI-6690		✓	
Photogate/Pulley System	ME-6838A	✓		
Universal Table Clamp	ME-9376B	✓		
Adjustable Angle Clamp	ME-8744	✓		
45cm Steel Rod	ME-8736	✓		
Mass and Hanger Set	ME-8979	✓		

Required:

850 Universal Interface
PASCO Capstone Software

Stopwatch
Balance
Meter Stick
Thread

소개

3축 자이로스코프 장치를 이용하여 강체의 회전 운동을 이해하고, 회전축의 세차운동(Precision)과 장동(Nutation)을 관찰한다.

기본 이론

그림 1에서와 같이, 자이로스코프는 초기에 $\theta = 90^\circ$ 각도로 수평하게 균형을 이루고 있다. 원판은 각속력 ω 로 회전하며, 자이로스코프 축의 끝 쪽에는 질량 m 인 추가 회전축으로부터 거리 d 만큼 떨어진 위치에 부착되어 있다. 이는 $\tau = mgd$ 에 해당하는 토크를 발생시킨다. 그러나 원판의 각운동량을 L 이라 할 때, 토크는 dL/dt 과도 같다. 그림 1에서 보듯이, 각의 미소 변화량이 $d\phi$ 일 때, $dL = Ld\phi$ 이다. 토크 식의 dL 항에 이를 대입하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau = mgd = \frac{dL}{dt} = L \frac{d\phi}{dt}$$

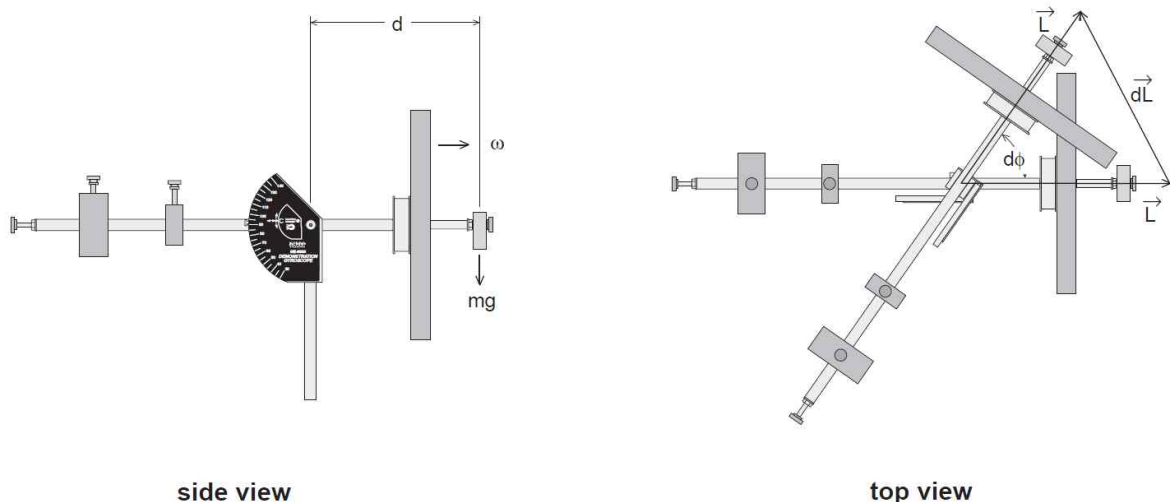


그림 1. 수평 자이로스코프에 가해지는 토크

$d\phi/dt$ 를 세차운동 각속력(Precision Rate, 세차율) Ω 라 하며, $mgd = L\Omega$ 로 나타낼 수 있다. 이를 Ω 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$\Omega = \frac{mgd}{I\omega} \dots\dots\dots(1)$$

여기서 I 는 원판의 회전 관성이고, ω 원판의 각속력이다.

원판의 회전 관성을 실험적으로 결정하기 위하여, 알고 있는 토크를 원판에 가해주었을 때의 각가속도를 측정한다. $\tau = I\alpha$ 이므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$I = \frac{\tau}{\alpha}$$

여기서 α 는 각가속도로 a/r 과 같고, τ 는 원판의 도르래 주위에 실로 감겨져 매달려 있는 추에 의한 토크이다.

$$\tau = rF$$

여기서 r 은 실이 감겨진 도르래의 반경이고, F 는 원판이 회전할 때 실에 작용하는 장력이다.

뉴턴의 제 2 운동 법칙에 따르면, 매달린 추의 질량이 m 일 때, 다음과 같이 나타낼 수 있다. (그림 2 참조)

$$\sum F = mg - F = ma$$

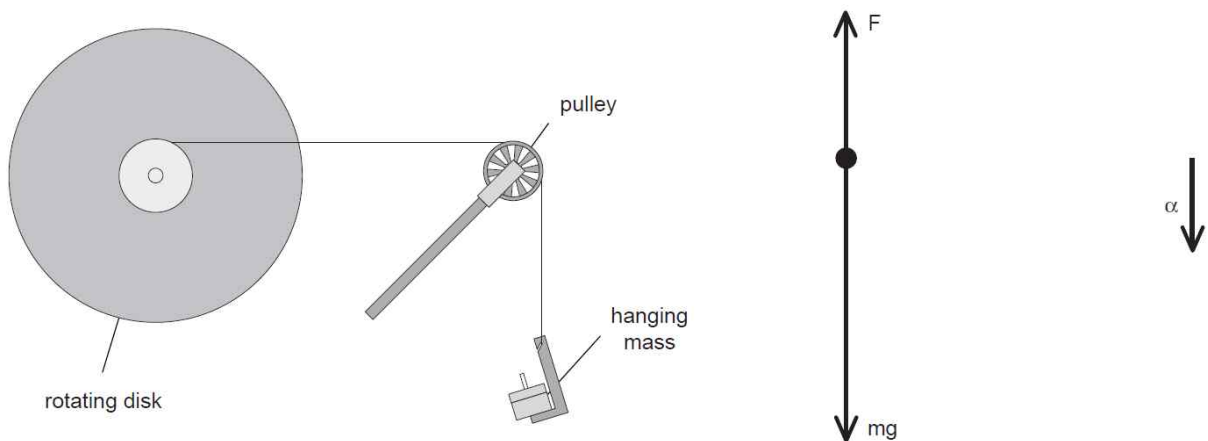


그림 2. 회전 원판과 자유물체도

이를 실의 장력에 관하여 정리하면 다음과 같다.

$$F = m(g - a)$$

따라서, 질량 m 인 추의 선 가속도가 결정되면, 토크와 각가속도를 구하여 회전 관성을 계산할 수 있다. 가속도는 매달린 추의 낙하 시간 t 와 낙하 거리 y 를 측정하여 구할 수 있다.

$$a = \frac{2y}{t^2}$$

장비 설치

자이로스코프의 조립

다음 그림 3과 같이 자이로스코프를 조립한다.

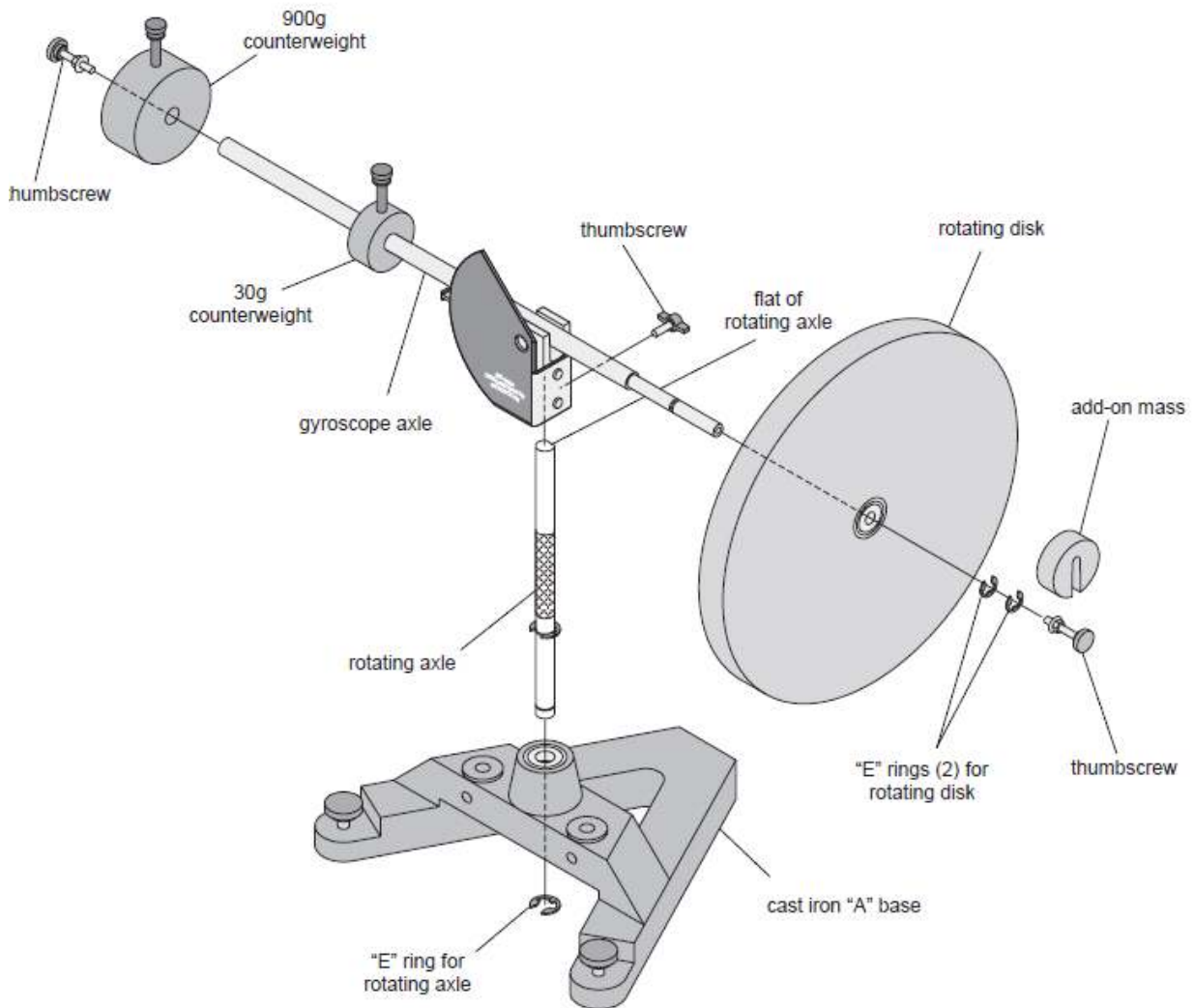


그림 3. 자이로스코프 기본 조립도

자이로스코프 수평 맞추기(Leveling)

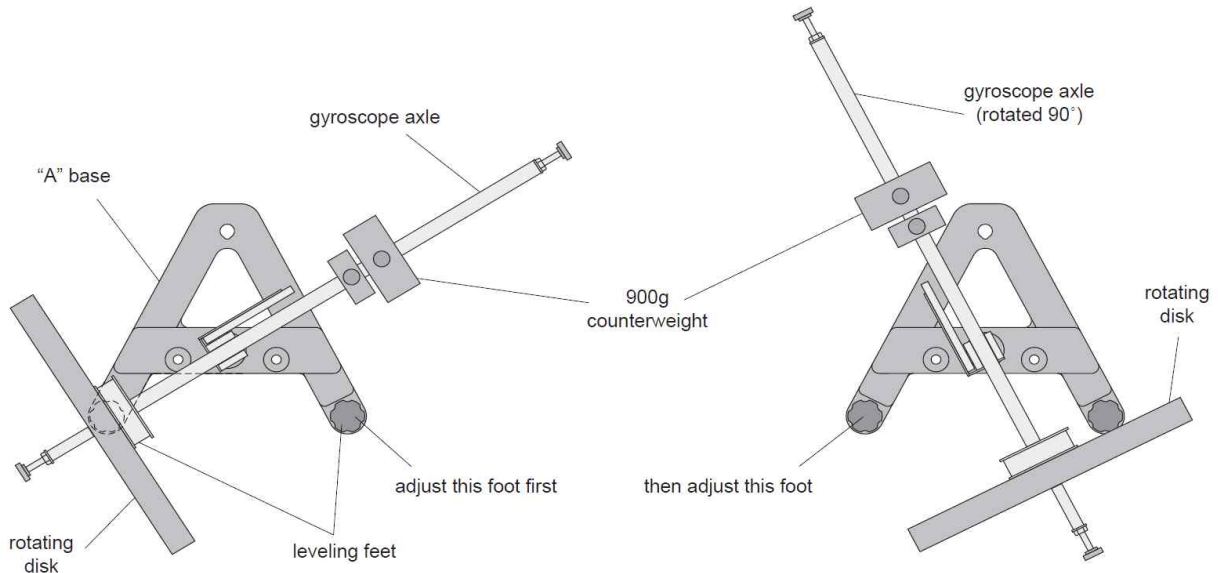


그림 4. 자이로스코프 수평 맞추기

1. 900g 평형추를 중심을 향하여 이동시켜, 장치의 수평을 의도적으로 깨뜨린다.
2. 베이스 다리 중 한 쪽에 있는 수평 발(Leveling Foot)을 조정하여 자이로스코프 원판이 반대쪽 다리의 수평 발 위에 위치하도록 정렬시킨다. (그림 4 참조)
3. 자이로스코프를 90° 회전시켜 자이로스코프 축이 베이스의 "A" 자 한쪽 변에 평행하도록 맞춘 다음, 자이로스코프 축이 그대로 유지되도록 반대쪽 수평 발을 조정한다. (그림 4 참조)
4. 900g 평형추의 위치를 조정하여, 자이로스코프가 추가 질량(add-on mass) 없이 수평이 유지되도록 만든다. 30g 평형추를 이용하면 미세한 수평 조정이 가능하다.

회전 원판 도르래 사용하기

1. 회전 원판을 자이로스코프 축에 단단히 고정하고, 회전시킬 방향을 결정한다.
2. 약 1.5m 길이 실의 한쪽 끝을 고리모양으로 묶어 회전 원판 도르래의 장부축 핀(dowel pin) 주위에 걸어준 다음, 도르래에 실을 감아준다.
3. 자이로스코프 축을 제자리에 놓고, 실을 잡아당겨 원하는 속력으로 원판을 회전시킨다.

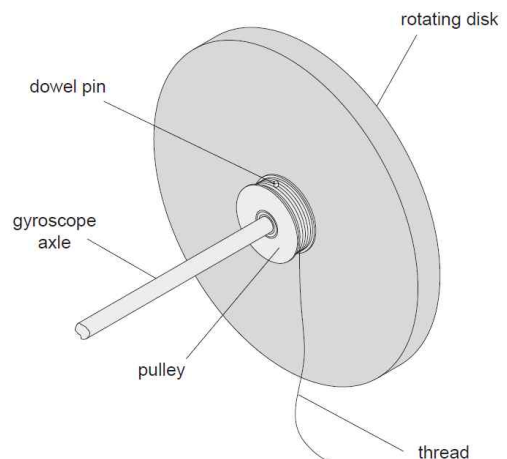


그림 5. 회전 원판 도르래

추가 원판(ME-8961) 사용하기

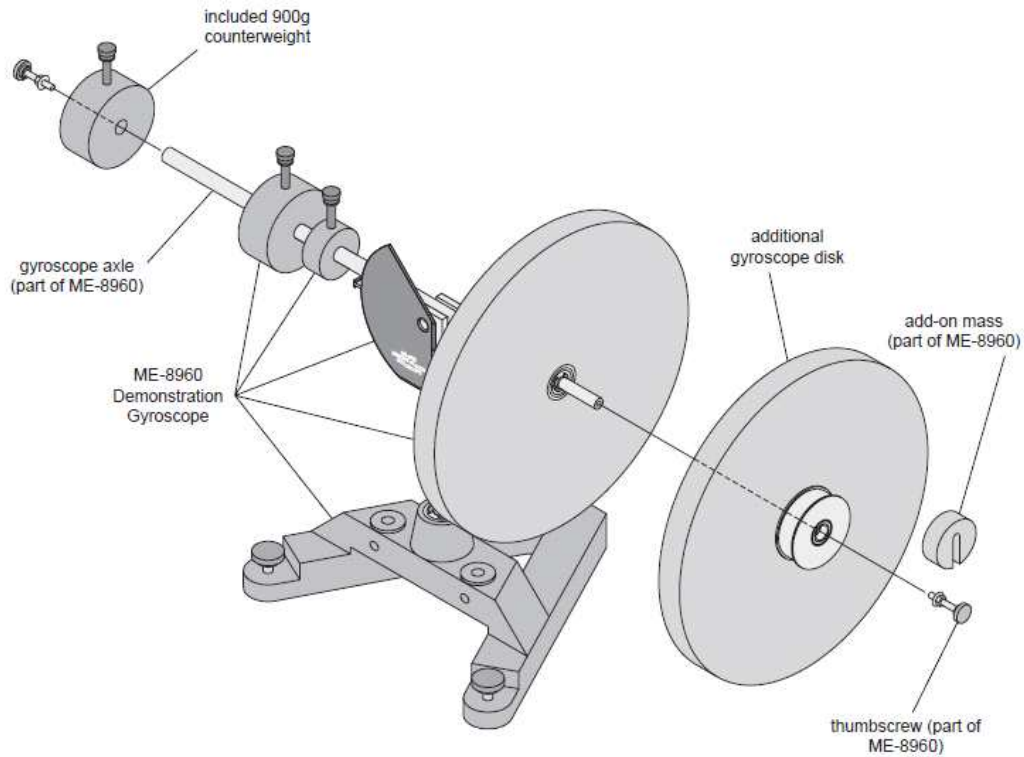


그림 6. 추가 원판 조립

1. 900g 평형추를 긴 쪽 자이로스코프의 축에 밀어 넣고, 나비나사(thumbscrew)를 조인다.
2. 추가 원판을 자이로스코프 축의 반대쪽 끝에 장착한다. 원판의 도르래 면이 장치의 바깥쪽을 향하도록 한다. 제공된 나비나사를 이용하여 원판을 제자리에 단단히 고정시킨다. (그림 6 참조)

실험 절차

[실험 1] 세차운동(Precession)

PART A. 자이로스코프의 관성모멘트 결정하기

• 준비

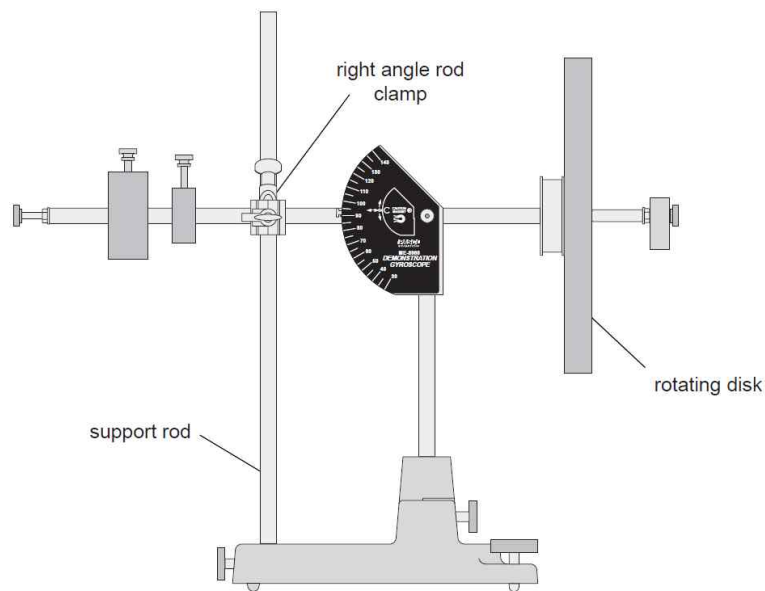


그림 7. 세차 운동 셋업

1. 그림 7과 같이 자이로스코프 축이 수평 위치에 놓이도록 클램프로 고정한다.
2. 테이블 클램프를 이용하여, 슈퍼도르래(Super Pulley)를 막대에 매달아 테이블에 고정시킨다. (높이를 맞출 것)
3. 자이로스코프 중심축에 있는 도르래에 실을 감은 후, 슈퍼도르래에 실을 걸어준다.

• 과정

마찰력에 대한 고려

앞의 이론에서는 마찰력을 고려하고 있지 않으므로, 얼마만큼의 질량을 도르래에 매달아야만 운동 마찰력을 극복할 수 있는지 측정함으로써 마찰력의 영향을 보정할 것이다. 매달린 추가 등속으로 낙하할 때, 추의 무게가 바로 운동 마찰력의 크기와 같다. "마찰 질량(frictional mass)"이라는 개념을 도입하여, 장치를 가속시키기 위하여 사용된 추의 질량으로부터 마찰 질량을 빼준 값을 관성모멘트 계산에 이용하는 것이 정확하다.

1. 운동 마찰력을 극복하는 데 필요한 질량을 측정하기 위하여, 적당한 질량을 도르래에 매달아가면서 낙하 속력이 일정해지는 상황을 찾아낸다. 이 때 마찰 질량을 표 1-1에 기록한다.
2. 원판의 가속도를 측정하기 위하여, 30 g의 추를 도르래에 매달고(매달린 질량을 표 1-1에 기록한다), 실을 충분히 감았다가 바닥을 향하여 낙하시키면서 총 낙하시간을 측정한다.
3. 낙하를 5회 반복하고 그 결과를 기록한다. (항상 같은 위치에서 낙하시킬 것)
4. 낙하 높이를 측정하여 표 1-1에 기록한다.
5. 캘리퍼를 이용하여, 실이 감겨져 있는 도르래의 직경을 측정한다. 그로부터 계산된 반지름을 표 1-1에 기록한다.

마찰 질량		
매달린 질량		
낙하 높이		
도르래의 반지름		
낙하 시간	1회	
	2회	
	3회	
	4회	
	5회	
	평균	

표 1-1. 관성모멘트 데이터

※ 컴퓨터를 이용한 측정 :

Photogate/Pulley System(ME-6838A)을 이용하는 경우, 원판의 가속도는 속도 vs. 시간 그래프의 기울기를 알아냄으로써 구할 수 있다.

PART B. 세차운동 각속력(Precession Rate) 측정

• 준비

1. 6쪽의 “자이로스코프 수평 맞추기(Leveling)” 항목을 참조하여, 자이로스코프의 수평을 맞춘다.
2. 큰 평형추의 위치를 조정하여, 자이로스코프가 추가 질량(add-on mass) 없이 수평이 유지되도록 만든다. 작은 평형추를 이용하면 미세한 수평 조정이 가능하다.

• 과정

1. 추가 질량(add-on mass)의 무게를 측정하여 표 1-2에 기록한다. 추가 질량을 자이로스코프 축의 끝 부분(원판 쪽)에 부착한다. 회전축으로부터 추가 질량의 중심까지의 거리(d)를 측정하여 표 1-2에 기록한다. (추가 질량의 무게는 대략 153 g이다. 그러나 직접 저울에서 측정한 값을 사용하는 것을 원칙으로 한다.)
2. 세차 운동이 일어나지 않도록 자이로스코프를 손으로 붙잡고, 원판을 초당 약 2회전 정도의 속력으로 회전시킨다. 원판이 10회전하는 데 걸린 시간을 측정하여 각속력(ω)을 구한다. 데이터를 표 1-2에 기록한다.

Note : 원판에 색깔이 있는 스티커를 붙여놓으면 회전을 계수하기 편하다.

3. 붙잡았던 손을 놓아 자이로스코프가 세차 운동을 하도록 한 후, 2바퀴 세차 운동하는 데 걸린 시간을 측정하여 세차운동 각속력을 구한다. 데이터를 표 1-2에 기록한다.
4. 즉시 원판이 10회전 하는 데 걸린 시간을 다시 측정한다. (3번 단계에서 측정한 값과 지금 측정한 값의 평균을 내어, 세차운동이 일어나는 동안의 원판의 평균 각속력을 구할 수 있다. 따라서 5번 단계의 측정은 4번 단계 직후에 바로 측정해야 한다.)

추가 질량	
거리(d)	
10회전에 걸린 시간(처음)	
세차운동 2회전에 걸린 시간	
10회전에 걸린 시간 (나중)	

표 1-2. 각속력 데이터

[실험 2] 장동(Nutation, 고덕임 운동)

• 준비

1. 자이로스코프에 2개의 회전 운동 센서를 설치하고 850인터페이스에 연결한다. 위쪽의 회전 운동 센서(PASPORT Ch1)는 자이로스코프의 고덕거리는 각도를 측정하고, 아래쪽의 회전 운동 센서(PASPORT Ch2)는 세차운동의 각도를 측정하게 된다.
2. 연결이 완료되었으면 Capstone 소프트웨어를 실행하여 그래프 페이지를 구성한다. y축은 PASPORT Ch1의 각도로 설정하고, x축은 PASPORT Ch2의 각도로 설정한다.

• 과정

1. 평형추를 조정하여 자이로스코프의 수평을 맞춘다.
2. 자이로스코프 축의 끝부분에 추가 질량(add-on mass)을 매단다.
3. 원판을 회전시킨 다음, 자이로스코프를 30° 가량 기울인 상태에서 가만히 손을 놓는다.(그림 8)

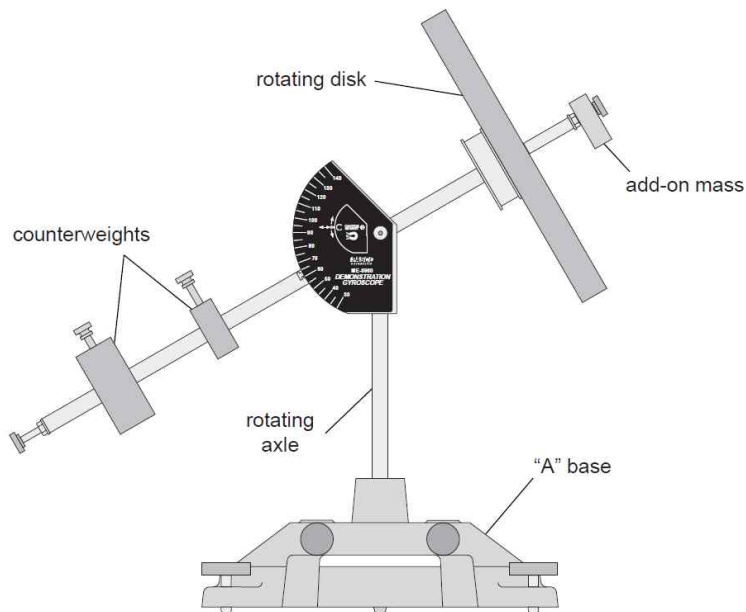


그림 8. 자이로스코프를 놓는 위치(Release Position)

4. 그림 9의 (A)와 같은 패턴의 고덕임 운동을 관찰할 수 있다.
5. 모든 운동을 멈추고, 원판을 다시 회전시킨다. 마찬가지로 약 30° 가량 기울어진 상태에서 시작하되, 이번에는 세차운동 방향으로 살짝 미는 힘을 가해 준다. 그 결과 그림 9의 (B)와 같은 패턴의 고덕임 운동을 관찰할 수 있다.

6. 모든 운동을 멈추고, 원판을 다시 회전시킨다. 마찬가지로 약 30° 가량 기울어진 상태에서 시작하되, 이번에는 세차운동의 반대 방향으로 살짝 밀어준다. 그 결과 그림 9의 (C)와 같은 패턴의 꼬덕임 운동을 관찰할 수 있다.
7. 원판의 회전 속력을 변화시키면서, 이것이 꼬덕임 운동의 속력에 미치는 영향을 확인한다..
8. 초기 기울임 각도를 변화시키면서, 이것이 꼬덕임 운동의 패턴에 미치는 영향을 확인한다.

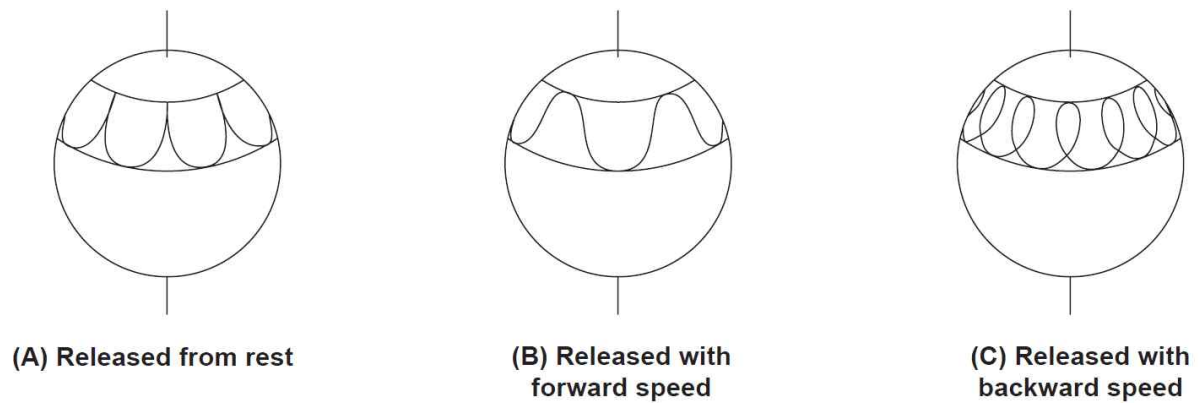


그림 9. 꼬덕임 운동(Nutation)의 패턴

[실험 3] 역회전(Counter-rotating) 원판

• 준비

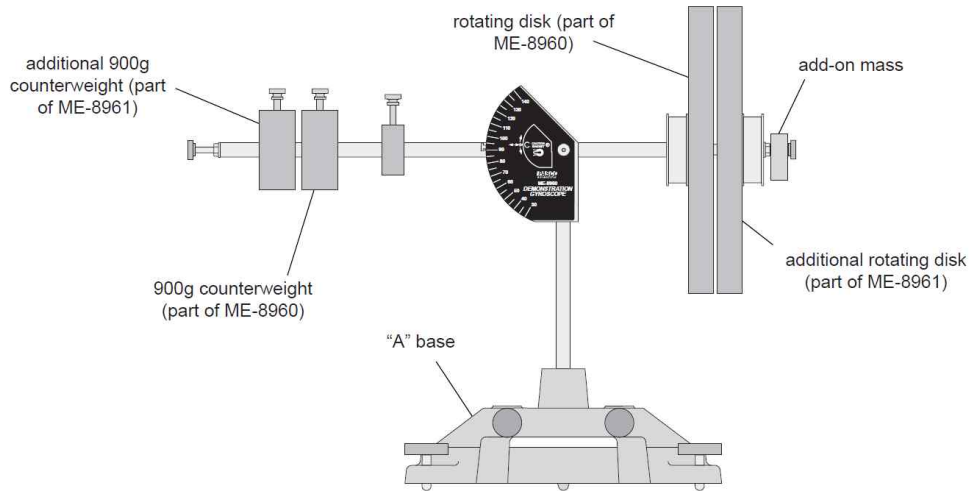


그림 10. 역회전 원판 셋업

1. 자이로스코프 축 끝부분의 나사를 제거하고, 두 번째 원판을 자이로스코프 축에 밀어 넣는다. 원판의 도르래 면이 장치의 바깥쪽을 향하도록 한다.
2. 두 번째 평형추를 자이로스코프 축의 반대쪽 끝에 부착하고, 자이로스코프가 수평을 유지하도록 위치를 조정한다. 원판을 회전시켜 자이로스코프의 세차운동 여부를 확인한다. 만일 세차운동이 일어난다면, 세차 운동이 일어나지 않을 때까지 수평을 조정해 주어야 한다.
3. 1m 길이의 스트링 2조각을 준비한다. 2개의 스트링의 한쪽 끝을 볼펜(막대)의 양 끝에 각각 묶는다. 이는 2개의 스트링을 동시에 잡아당기기 위한 것이다. 각각의 스트링의 반대쪽 끝을 고리모양으로 묶고, 장부축 핀(dowel pin)에 걸어준다.
4. 회전 방향을 더욱 정확하게 관찰하려면, 흰색 종이 스티커를 각 원판의 가장자리에 붙여준다.

• 과정

1. 수동으로 두 원판을 같은 방향으로 회전시킨다. 자이로스코프가 세차운동하지 않는 것을 관찰할 수 있다.
2. 자이로스코프 축 끝부분에 추가 질량(add-on mass)을 매달고 나사로 단단히 고정시킨다. 다시 두 원판을 같은 방향으로 회전시켜, 자이로스코프가 세차운동 하는 것을 관찰한다.
3. 원판을 멈추고, 이번에는 두 원판을 반대 방향으로 회전시켜, 자이로스코프가 반대 방향으로 세차운

동 하는 것을 관찰한다.

4. 이번에는 두 원판을 서로 다른 방향으로 회전시킨다. 각각의 원판에 달려 있는 도르래에 서로 반대 방향으로 동일한 횟수만큼 실을 감아준 후, 볼펜 등을 핸들로 삼아 동시에 당겨주면 같은 속력의 반대 방향 회전을 만들어낼 수 있다. 이 경우 자이로스코프에 토크가 작용하고 있음에도 불구하고, 두 개의 원판이 다른 방향으로 회전하고 있기 때문에 세차운동이 일어나지 않는 것을 관찰할 수 있다.



그림 11. 2개의 원판을 동시에 회전시키기

분석

[분석 1] 세차운동

1. 표 1-1의 “평균 낙하 시간” 및 “낙하 거리”를 이용하여, 가속도 a 를 계산하여 표 1-3에 기록한다.
2. 관성모멘트 I 를 계산한다.
 - 마찰 질량을 고려하여 실제 토크를 계산한다.
 - 각가속도와 토크를 구한 다음, 관성모멘트 실험값을 계산하여 표 1-3에 기록한다.
3. 표 1-2의 “10회전에 걸린 시간”의 평균값을 10으로 나누어 원판의 회전 주기를 구한다. 이를 이용하여 원판의 평균 각속력($\omega = 2\pi/T$)을 계산하고, 그 값을 표 1-3에 기록한다.
4. 표 1-2에 있는 세차운동 2회전 하는데 걸린 시간을 2로 나누어 세차운동 각속력 $\Omega = 2\pi/T$ 를 계산하여 표 1-3에 기록한다.
5. 세차운동 각속력에 대한 이론값을 계산하여 표 1-3에 기록한다.
6. 세차운동 각속력의 이론값과 실험값 사이의 퍼센트 오차를 계산한다.

가속도(a)	
관성모멘트(I)	
원판의 평균 각속력(ω)	
세차운동 각속력(Ω) 실험값	
세차운동 각속력(Ω) 이론값	
퍼센트 오차(%)	

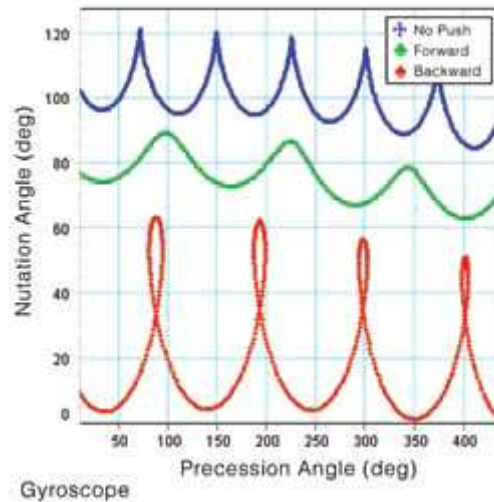
표 1-3. 세차운동 결과 데이터

Note : 만일 관성모멘트 측정을 하지 않았을 경우에는 식 (1)을 정성적으로 분석할 수 있을 뿐이다.

[분석 2] 장동(Nutation, 고덕임 운동)

초기 위치 및 초기 속도에 따라 아래와 같이 세 가지 패턴의 데이터를 얻을 수 있다.

- 각각의 경우를 정성적으로 설명할 수 있는가?
- 수식을 사용하여 각각의 경우를 설명할 수 있는가? (유효 퍼텐셜 함수와 관련)



질문

1. 원판의 회전 방향을 반대로 하면, 세차운동의 방향이 어떻게 변하는가?
2. 원판의 각속력을 증가시키면 세차운동 각속력은 어떻게 변하는가?

디스크의 각속력(ω)에 비해 세차운동 각속력(Ω)이 크다는 가정이 들어가 있는가? 또는 그 반대의 가정이 들어가 있는가? 식 (1)을 유도할 때 어떤 가정이 들어있는가? 수행한 실험에서는 이 가정이 타당한가?